

**METÓDA PEAK OVER THRESHOLD A JEJ NEISTOTY  
PRI URČOVANÍ *N*-ROČNÝCH MAXIMÁLNYCH PRIETOKOV:  
PRÍPADOVÁ ŠTÚDIA NA RIEKE TOPLA**

Veronika Bačová Mitková

Príspevok sa zaoberá porovnaním dvoch najčastejšie používaných prístupov pri odhade *N*-ročných maximálnych prietokov. Ako prvý bol na odhad *N*-ročných maximálnych prietokov použitý štatistický prístup za použitia radu maximálnych ročných prietokov (AM) s teoretickými rozdeleniami pravdepodobnosti, ktoré patria v našej hydrologickej praxi k najviac používaným (Log-Pearson III, Gamma a Log-normálne). Ako alternatíva k tomuto prístupu odhadu *N*-ročných maximálnych prietokov bola na porovnanie použitá metóda vrcholov nad prahovou hodnotou (POT). Vstupné údaje pre odhad tvoril súbor denných prietokov a súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov  $Q_{max}$  na rieke Topľa za obdobie 1931 – 2015. Analyzovali sme vplyv voľby výšky prahovej hodnoty, využitie maximálnych priemerných denných prietokov ako i využitie zvolených typov teoretických rozdelení pravdepodobnosti na presnosť odhadu *N*-ročných maximálnych prietokov metódou POT. Výsledky ukázali, že pri odhade *N*-ročných maximálnych prietokov metódou POT sa pri zvolených prahových hladinách nepreukázali významné rozdiely, ale pri tokoch s pomerne rýchlym a veľkým nárastom prietokov počas povodní by bolo potrebné mať k dispozícii kulminačné prietoky všetkých vln zahrnutých do analýzy.

**KEÚČOVÉ SLOVÁ:** rieka Topľa, maximálny priemerný denný prietok, vrcholový prietok, metóda vrcholov nad prahovou hodnotou (POT), *N*-ročný prietok

**THE PEAK OVER THRESHOLD METHOD AND ITS UNCERTAINTY IN DETERMINING OF *T*-YEAR MAXIMUM DISCHARGES: CASE STUDY AT THE TOPLA RIVER.** The paper deals with the comparison of the two most commonly used methods in estimating of the *T*-year maximum discharges. As input data a set of daily discharges and peak discharges on the Topľa River for the period of 1931–2015 was used. The method of maximum annual discharges (AM) with the most used theoretical probability distributions (Log-Pearson III, Gamma and Log-normal), was used for estimating of *T*-year maximum discharges. As an alternative to this method, the Peak Over Threshold Method (POT) was used. We analysed the effect of the threshold level selection and using of maximum daily discharges on the accuracy of *T*-year maximum discharges estimation. We also analysed suitability of selected types of theoretical probability distributions for the accuracy of the *T*-year maximum discharges estimated using the POT method.

**KEY WORDS:** Topľa River, maximum mean daily discharge, peak discharge, Peak Over Threshold method, *T*-year discharge

**Úvod**

Povodne sa vyskytujú v Európe veľmi často, napriek tomu je znateľný nedostatok spolupráce na medzinárodnej a regionálnej úrovni, čo vedie v každej krajine smerom k individuálnym výskumným programom a rozvoju národných usmernení pre odhad frekvencie povodní (Kjeldsen a kol., 2014). Medzi jednu z najväčších výziev pre hydroológov patrí spoľahlivý odhad návrhových hodnôt

maximálnych prietokov. Tieto odhady sú rozhodujúce pre návrh a prevádzku protipovodňových konštrukcií a opatrení, ako aj mapovanie povodňových rizík, alebo zlepšenie výstražných metód v rámci regiónu. Z tohto dôvodu je nutné poznať povodňové prietoky, ktoré sa v budúcnosti v toku môžu vyskytnúť. Pri analýzach extrémnych javov sa, vzhľadom na neistoty vo vedomostiach o fyzikálnych procesoch vzniku týchto javov, využívajú metódy matematickej štatistiky a počty pravde-

podobnosti. Nedostatkom pri analýzach metód výpočtu  $Q_N$  je častokrát hlavne absencia dostatočne dlhých pozorovaní, nakoľko sa pri odhadoch dosiahnutia možných prietokov vychádza z minulosti. Dnes sa takmer všeobecne určuje význam maximálnych prietokov (objemov, vodných stav) pravdepodobnosťou, s akou možno očakávať ich výskyt, prekročenie alebo ich dobou opakovania. Vo svetovej hydrológii boli v sedemdesiatych a osemdesiatych rokoch snahy zamerané najmä na odvodenie efektívnejších štatistických procedúr. Boli odvodené nové rozdelenia pravdepodobnosti a metódy odhadu ich parametrov. Získanie hodnôt ročných maxím je z hľadiska údajov výhodnejšie a menej náročné. Tieto hodnoty nám však nepodávajú dostačujúce informácie o režime povodní. Pri zostavení súborov z ročných maxím dochádza k vynechaniu mnohých významných povodní a tie sú nahradzované menej významnými (Chow a kol., 1988). Z tohto hľadiska sú výhodnejšie hodnoty dát zadefinovaných nad určitou prahovou hodnotou (POT), pretože zahrňujú viac udalostí a od veľkosti prahovej hodnoty závisí, či a akou mierou sa prejaví sezónnosť na štatistické rozdelenie časových intervalov medzi jednotlivými udalosťami. Priemerná doba opakovania pri metóde POT predstavuje teda interval medzi maximálnymi prietokmi, ktoré prekračujú určitú zvolenú prahovú hodnotu. Zatiaľ čo priemerná doba opakovania ročných maxím predstavuje, interval medzi rokmi s aspoň jednou hodnotou prietoku (Langbein 1949). V prípade, že povodie (tok) má pomerne vyrovnaný hydrogram a hodnoty danej veličiny (prietok, vodný stav) sú nad prahovou hodnotou dlhší čas (čím nemožno určiť POT hodnotu), je výhodnejšie použiť na štatistickú analýzu extrémov ročné maximum (Bayliss, 1999; Rao a Hamed, 2000). Neistotou určovania  $N$ -ročných maximálnych prietokov sa zaoberali u nás napr. Szolgay a kol. (2003), Bačová a kol. (2016), alebo Pekárová a kol. (2019), kde okrem iných vplyvov uvažovali pri analýze aj s vplyvom rozsahu analyzovaného obdobia na presnosť určenia  $N$ -ročných prietokov. Odvodením vhodného rozdelenia pravdepodobnosti hydrologických radov na viacerých povodiach aj za použitia metódy POT sa zaoberali napr. Kjeldsen (2000), Bača a Bačová Mitková (2007), Mitková a Onderka (2010), Bhunya a kol. (2012). Begueria (2005) a Silava a kol. (2014), skúmali vplyv výberu prahových hodnôt pri metóde POT na výsledky odhadu extrémov pri frekvenčnej analýze povodní v Portugalsku. Li a kol. (2016) a Guru a Jha (2015), porovnávali AM metódu a použitie generalizované Pareto rozdelenie v POT metóde, kde výsledky ukázali lepšie odhady ako AM metóda. Porovnaním metódy POT a metódy maximálnych ročných prietokov pri frekvenčnej analýze povodní na rieke Sáva v Slovinsku sa zaoberali napr. Bezak a kol. (2013). Porovnanie s metódou AM ukázalo, že metóda POT poskytlá lepšie výsledky ako metóda ročných maxím. Leščeršien a Dolnaj (2019) sa zaoberali regionálnou frekvenčnou analýzou povodní regiónu panónskej panvy, kde časové rady objemov a trvania povodne boli odvodené pomocou metódy POT.

Cieľom tohto príspevku je porovnať dva najčastejšie po-

užívané prístupy pri odhade  $N$ -ročných maximálnych prietokov: rad ročných maxím (AM) a metóda vrcholov nad prahovou hodnotou (POT). Vstupné údaje pre odhad návrhových maximálnych prietokov tvoril súbor priemerných denných prietokov a súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov  $Q_{max}$  na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou za obdobie 1931 – 2015. Pri použití AM budú využité a porovnané teoretické rozdelenia pravdepodobnosti, ktoré patria i v našej hydrologickej praxi k najviac používaným (Log-Pearson III, Gamma a Log-normálne). Pri POT metóde bude analyzovaný:

- Výber prahovej hodnoty QPOT.
- Odhad  $N$ -ročných prietokov metódou POT z priemerných denných maxím vybraných vlín.
- Odhad  $N$ -ročných prietokov metódou POT z prepočítaných prietokov na základe regresného vzťahu medzi maximálnymi (kulminačnými) ročnými prietokmi a maximálnymi priemernými dennými prietokmi.

Výsledky jednotlivých zvolených metód pre odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov budú v závere porovnané a analyzované.

## Metodika

### Rad ročných maxím (AM)

Pri odhadoch  $N$ -ročných maximálnych prietokov je vo všeobecnosti ako prvá a najpoužívanejšia metóda volená metóda ročných maxím (AM). Jej cieľom je odhad kvantilov  $Q_N$ , teda takých ročných maximálnych prietokov, že pravdepodobnosť ich prekročenia je  $1/N$ , kde  $N$  môže byť napr. 10, 20, 50, 100, 500 alebo 1000 a viac rokov. Tieto kvantily sa určujú z distribučnej funkcie maximálnych ročných prietokov. Hodnota  $Q_N$  je teda maximálny prietok s pravdepodobnosťou  $F$ , ktorý sa vyskytuje v priemere raz za  $N$  rokov. Na hodnotenie  $N$ -ročných maximálnych prietokov vo vodomerných staniaciach sa používajú rôzne typy teoretických rozdelení. Vhodné zvolenie typu rozdelenia pravdepodobnosti, by malo pomerne presne reprezentovať neistotu a variabilitu problému. Výber vhodnej distribučnej funkcie, metóda odhadu parametrov rovnako ako výber obdobia, ktoré bude analyzované často závisí na tradícii v krajine, kde sú používané. Na hodnotenie  $N$ -ročných maximálnych prietokov v SR sa podľa OTN ŽTP 3112-1:03 používajú nasledovné teoretické typy rozdelení pravdepodobnosti: Gama rozdelenie, Logaritmicke normálne rozdelenie, Log-Pearsonovo rozdelenie III. typu, pričom sa nevylučuje použitie iného typu rozdelenia. Pomerne často sa využíva pri frekvenčnej analýze hydrologických extrémov Log-Pearsonovo rozdelenie III. typu (LP III). Toto rozdelenie pravdepodobnosti patrí do skupiny Pearsonových rozdelení pravdepodobnosti typu III (označované aj trojparametrické Gamma rozdelenie) s logaritmicou transformáciou údajov (napr. max. prietok):

$$y = \ln x \rightarrow x = e^y \quad (1)$$

Následne bude testovaná vhodnosť LP III rozdelenia pravdepodobnosti a toto rozdelenie bude porovnané s ďalšími odporúčanými rozdeleniami pravdepodobnosti (Gamma a Log-normalne) podľa OTN ŽTP 3112-1:03.

Emprická čiara prekročenia maximálnych ročných povodňových prietokov môže byť vypočítaná podľa vzťahu (2):

$$P = \frac{m}{(n+0,4)} \quad (2)$$

kde

$m$  – číslo poradia člena v zostupne usporiadanom štatistickom rade,

$n$  – počet rokov uvažovaného obdobia.

Vzťah medzi pravdepodobnosťou prekročenia  $p$  istej hodnoty v ľubovoľnom roku a jej priemernou dobou opakovania  $N$  je (Szolgay, 1994):

$$p = 1 - e^{-\frac{1}{N}} \quad (3)$$

pre  $N \geq 10$  sa používa zjednodušený tvar:

$$p = \frac{1}{N} \quad (4)$$

#### Metóda vrcholov nad prahovou hodnotou (POT)

Metóda POT spočíva vo zvolení maximálnych prietokov nad vopred zvolenú hranicu tak, aby bol počet prvkov štatistického súboru  $n > N$ , kde  $N$  je počet rokov pozorovania. Definovanie prahovej hodnoty  $Q_{POT}$  je jednou z hlavných nevýhod tejto metódy pretože ide o viac-menej subjektívny proces. Pri určovaní prahovej hodnoty je však dôležité aby bola dostatočne vysoká, ale tak aby bola zachovaná nezávislosť udalostí (Cunnane, 1979; Bayliss, 1999; Silva a kol., 2012). Langbein (1949) navrhol výšku prahovej hodnoty voliť na úrovni, ktorá sa rovná nanižšej udalosti AM, čo by znamenalo, že by do analýzy bola zahrnutá najmenej jedna udalosť za rok. Madsen a kol. (1993), odporúčali použitie štandardného frekvenčného faktora  $k$  a štatistických vlastností súboru údajov (priemer a štandardná odchýlka). Prahová hodnota sa môže vypočítat pomocou nasledujúceho výrazu:

$$x_{pot} = \mu_x + k\sigma_x \quad (5)$$

Táto prahová hodnota pri odporúčanom  $k = 3$  je pomerne vysoká a niektoré udalosti pod  $x_{pot}$  v suchšom roku sa do analýzy nezapočítajú. Pre prvý výber dát sa ako prahová hodnota taktiež môže zvoliť hodnota okolo  $Q_a$  (dlhodobý ročný prietok). Táto hodnota je pomerne nízka a súbor vrcholových prietokov vln môže mať príliš veľký rozptyl, môže teda obsahovať vlny, ktoré nemusia byť vrcholmi významných povodní. Postupným zvyšovaním prahovej hodnoty sa dosiahne požadovaný počet udalostí za dane obdobie (rok), ktoré sú nad touto prahovou hod-

notou. Prahová hodnota sa potom zvyčajne volí tak, aby súbor hodnôt zaradených do štatistického spracovania obsahoval v priemere okolo päť vrcholových hodnôt za rok (Bayliss, 1999).

Pri POT metóde máme dve premenné: počet kulminácií (vrcholov) v každom roku a prietoky nad prahovou hodnotou. Distribučnú funkciu ročných maximálnych prietokov dostaneme kombináciou distribučných funkcií počtu vrcholov  $v$  a prietokov nad prahovou hodnotou  $Z_v = x - x_{POT}$ .

Ako prvá voľba sa predpokladá Poissonovo (7) rozdelenie pravdepodobnosti pre počet vrcholov. Alternatívne ak je rozptyl ročného počtu prekročení výrazne menší (alebo väčší) od priemeru môže mať počet vrcholov Binomické, alebo negatívne binomické rozdelenie pravdepodobnosti (Önöz a Bayazit, 2001)

Pravdepodobnosť výskytu dosiahnutia vrcholu je daná vzťahom:

$$p'_v(t) = \lambda(t, v - 1)p_{v-1}(t) - \lambda(t, v)p_v(t)$$

$$p'_0(t) = -\lambda(t, 0)p_0(t) \quad (6)$$

Riešenie rovníc (10) reprezentuje zákon výskytu pravdepodobnosti vrcholov a závisí na tvare funkcie intenzity  $\lambda$ . Táto funkcia môže nadobudnúť rôzne formy (Vukmirovic, 1990):

$$\lambda(t) = \begin{matrix} \lambda(t) & \text{Poisson} \\ \lambda(t) \left(1 - \frac{v}{a}\right) & \text{Binomické} \\ \lambda(t) \left(1 + \frac{v}{b}\right) & \text{negatívne Binomické} \end{matrix} \quad (7)$$

Pre odhad rozdelenia pravdepodobnosti prietokov nad zvolenou prahovou hodnotou sa odporúčajú teoretické rozdelenia s 2 parametrami ako: Weibullovo (8), Exponenciálne (9), Erlangovo generalizované Pareto alebo Gamma (10).

$$\text{Weibull} \quad H(z) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{z}{\beta}\right)^\alpha\right) \quad (8)$$

$$\text{Exponential} \quad H(z) = 1 - \exp\left(-\frac{(z-\alpha)}{\beta}\right) \quad (9)$$

$$\text{Gamma} \quad H(z) = \frac{\Gamma_{z/\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} \quad (10)$$

kde

$z$  – hodnota prietoku nad zvolenou prahovou hodnotou,

$\alpha, \beta$  – parametre rozdelenia,

$\Gamma(\alpha)$  – gama funkcia (ktorá sa tiež nazýva aj Eulerov integrál druhého druhu).

Distribučnú funkciu ročných maximálnych prietokov dostaneme kombináciou distribučných funkcií počtu vrcholov a prietokov nad prahovou hodnotou  $Q_{POT}$  (Todorovič, 1970):

$$F(x) = p_o + \sum_{v=1}^{\infty} [H(x)]^v p_v(t). \quad (11)$$

Ak možno počet vrcholov opísať Poissonovým vzťahom, potom distribučná funkcia má tvar:

$$F(x) = \exp\{-\Lambda[1 + H(x)]\} \quad (12)$$

V prípade, že počet vrcholových prietokov v roku má binomické rozdelenie, potom distribučná funkcia má tvar:

$$F(x) = e^{-\Lambda} \left[ 1 + \left( e^{\Lambda/a} - 1 \right) H(x) \right]^a \quad (13)$$

Pri negatívnom bionickom rozdelení počtu vrcholových prietokov má funkcia tvar:

$$F(x) = e^{-\Lambda} \left[ 1 - \left( 1 - e^{-\Lambda/b} \right) H(x) \right]^{-b} \quad (14)$$

Doba opakovania ročných maximálnych prietokov môžeme určiť podľa vzťahu:

$$N_{AM} = \frac{1}{1 - F_x} \quad (15)$$

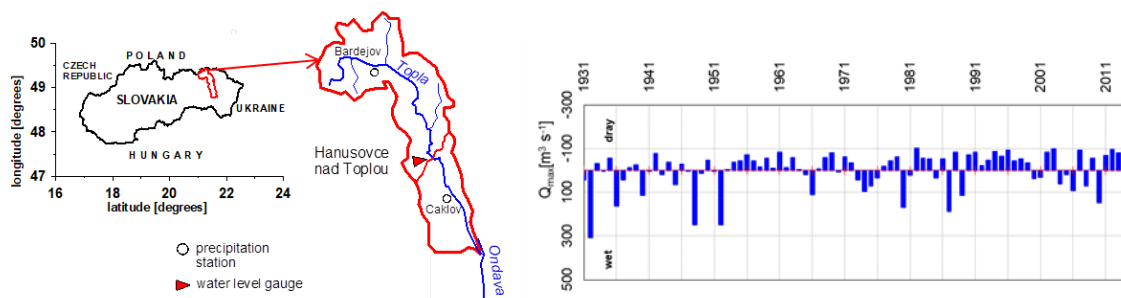
#### Opis povodia Tople a vstupné údaje

Topľa je vrchovinovo-nížinným typom rieky na východnom Slovensku, odvodňuje povodie veľké 1 506 km<sup>2</sup>, má dĺžku 129,8 km a je najväčším pravostranným prítokom Ondavy (obr. 1a). Dlhodobý priemerný denný prietok 1931 – 2015 dosahuje hodnotu 8,1 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> (odtoková výška z povodia 244,2 mm) v Hanušovciach nad Topľou. Maximálny prietok počas analyzovaného obdobia 1931 – 2015 v stanici Hanušovce nad Topľou bol 449 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> (6.4.1932). V analyzovanom období sa vyskytli dve suché obdobia 1954 – 1964 a 1990 – 1999, zatiaľ čo vlhké obdobia môžeme označiť skôr ako roky, v ktorých sa vyskytli extrémne povodňové udalosti (napr. 1932, 1948, 1952 alebo 1980), relatívne dlhšie trvajúce vlhké obdobia

bolo 2004 – 2010. Celkovo za obdobie 1931 – 2015 vykazujú maximálne ročné prietoky klesajúci trend. Dlhodobým vývojom hydrologickej bilancie, alebo kvantitatívnymi aj časovými zmenami v podzemnom odtoku v povodí Tople sa zaoberali napr. Pekárova a kol. (2018) alebo Fendeková a kol. (2017) (obr. 1b). Vstupné údaje pre odhad *N*-ročných maximálnych prietokov tvoril súbor priemerných denných prietokov a súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov  $Q_{max}$  na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou za obdobie 1931 – 2015 (obr. 2a-b). Údaje o prietokoch pre dané obdobie boli poskytnuté Slovenským hydrometeorologickým ústavom v Bratislave. Súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov bol použitý na odhad *N*-ročných maximálnych prietokov metódou AM (annual maximum). V analyzovanom období sa vyskytli dve suché obdobia 1954 – 1964 a 1990 – 1999, zatiaľ čo vlhké obdobia môžeme označiť skôr ako roky, v ktorých sa vyskytli extrémne povodňové udalosti (napr. 1932, 1948, 1952 alebo 1980), relatívne dlhšie trvajúce vlhké obdobia bolo 2004 – 2010.

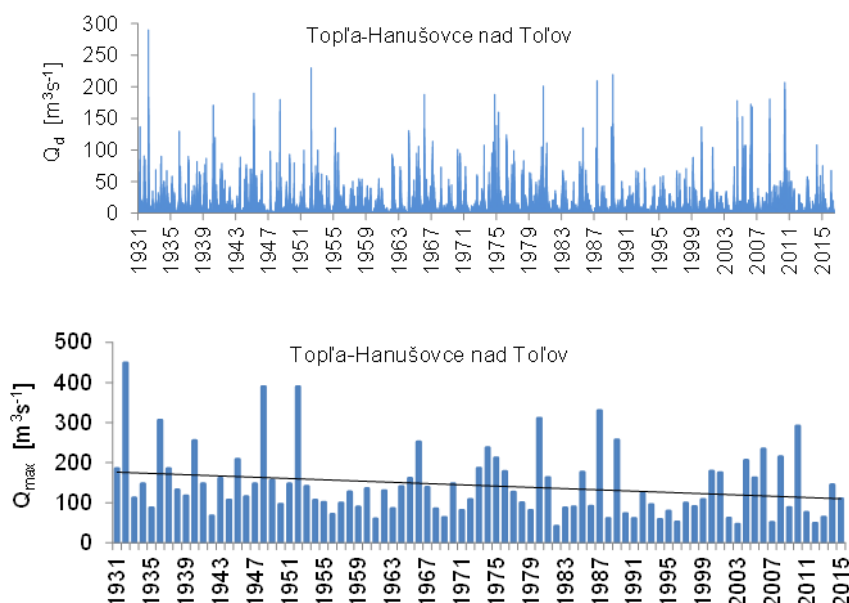
Celkovo za obdobie 1931 – 2015 vykazujú maximálne ročné prietoky klesajúci trend. Dlhodobým vývojom hydrologickej bilancie, alebo kvantitatívnymi aj časovými zmenami v podzemnom odtoku v povodí Tople sa zaoberali napr. Pekárova a kol. (2018) alebo Fendeková a kol. (2017) (obr. 1b).

Vstupné údaje pre odhad *N*-ročných maximálnych prietokov tvoril súbor priemerných denných prietokov a súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov  $Q_{max}$  na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou za obdobie 1931 – 2015 (obr. 2a-b)). Údaje o prietokoch pre dané obdobie boli poskytnuté Slovenským hydrometeorologickým ústavom v Bratislave. Súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov bol použitý na odhad *N*-ročných maximálnych prietokov metódou AM (annual maximum). V analyzovanom období sa vyskytli dve suché obdobia 1954 – 1964 a 1990 – 1999, zatiaľ čo vlhké obdobia môžeme označiť skôr ako roky, v ktorých sa vyskytli extrémne povodňové udalosti (napr. 1932, 1948, 1952 alebo 1980), relatívne dlhšie trvajúce vlhké obdobia bolo 2004 – 2010. Celkovo za obdobie 1931 – 2015 vykazujú maximálne ročné prietoky klesajúci trend.



Obr. 1. a) Lokalizácia a schéma povodia Tople a b) odchýlky od dlhodobého priemerného ročného prietoku 1931–2015.

Fig. 1. a) A scheme of the Topľa River basin and b) deviations from long-term mean annual discharge 1931–2015.



Obr. 2. a) Priemerné denné prietoky Topľa: Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015)  
 a b) maximálne kulminačné ročné prietoky Topľa: Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015).  
 Fig. 2. a) Mean daily discharges of the Topľa River: Hanušovce nad Topľou (1931–2015)  
 and b) annual maximum discharges of the Topľa River: Hanušovce nad Topľou (1931–2015).

#### Odhad $N$ -ročných maximálnych prietokov z radu ročných maxim (AM)

Rad ročných maximálnych prietokov  $Q_{max}$  (1931 – 2015) bol zostupne usporiadaný a jednotlivým členom radu boli prisúdené pravdepodobnosti prekročenia. Teoretické LP III rozdelenie je trojparametrické rozdelenie s parametrami: stredná hodnota  $\mu$ , rozptyl (variancia)  $\sigma^2$  a asymetria  $\gamma$  transformovaných údajov (LGMO – Logarithmic moments). Rovnica kumulatívnej distribučnej funkcie (CDF) a rovnica pravdepodobnostnej distribučnej funkcie (PDF) sú uvedené napr. v Hosking, (1997). Vo svetovej literatúre existuje celý rad vedeckých prác zaoberajúcich sa výberom a testovaním vhodnosti teoretických rozdelení pravdepodobnosti pri odhade maximálnych hodnôt hydrologických charakteristík. Preto sme porovnali LP III rozdelenie s teoretickými rozdeleniami pravdepodobnosti, ktoré patrili (a stále patria) i v našej hydrologickej praxi k najviac používaným a sú odporúčané aj OTN ŽTP 3112-1:03: Gamma rozdelenie a Log-normálne rozdelenie. Na overenie správnosti výberu teoretických rozdelení sme použili neparametrický test dobrej zhody Kolmogorov-Smirnov pre hladinu významnosti  $\alpha = 0,05$ . Rovnica kumulatívnej distribučnej funkcie CDF a rovnica pravdepodobnostnej distribučnej funkcie PDF pre LP III teoretické rozdelenie pravdepodobnosti sú dané vzťahmi (Hosking, 1997):

ak  $\gamma \neq 0$  a nech  $\alpha = 4/\gamma^2$  a  $\xi = \mu - 2\sigma/\gamma$   
 ak  $\gamma > 0$  potom

$$F(x) = G(\alpha, \frac{x-\xi}{\beta})/\Gamma(\alpha) \quad (16)$$

$$f(x) = \frac{(x-\xi)^{\alpha-1} e^{-(x-\xi)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad (17)$$

Ak  $\gamma < 0$  potom

$$F(x) = 1 - G(\alpha, \frac{\xi-x}{\beta})/\Gamma(\alpha) \quad (18)$$

$$f(x) = \frac{(\xi-x)^{\alpha-1} e^{-(\xi-x)/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad (19)$$

kde

$\mu$  – parameter lokácie,  
 $\sigma$  – parameter variácie,  
 $\gamma$  – parameter asymetrie,  
 $\Gamma$  – Gamma funkcia.

Ďalším krokom bolo porovnanie zvoleného teoretického rozdelenia LP3 s ďalšími odporúčanými rozdeleniami pravdepodobnosti (Gamma a Log-normalne) podľa OTN ŽTP 3112-1:03. Tabuľka 1 udáva hodnoty odhadnutých  $N$ -ročných maximálnych prietokov podľa LP III, Gamma a Log-normalneho teoretických rozdelení pravdepodobnosti. Hodnoty  $p$ -value  $K$ -S testu dobrej zhody ukázali, že nemôžeme zamietnuť hypotézu pri žiadnom z vybraných teoretických rozdelení pravdepodobnosti, že tieto, dobre vyhovujú pozorovaným údajom na hladine 5 % významnosti (tab. 1). Výsledky ukázali pomerne ma-

lé rozdiely v hodnotách odhadnutých  $N$ -ročných maximálnych prietokov pri porovnaní jednotlivých zvolených typov teoretických rozdelení pravdepodobnosti používanými v hydrologických analýzach extrémov v Slovenskej republike. Najnižšie hodnoty odhadnutých  $N$ -ročných prietokov dosiahlo Gamma teoretické rozdelenie pravdepodobnosti, najmä pri prietokoch s vysokými hodnotami doby opakovania. Vypočítané prietoky boli znázornené v logaritmicko-pravdepodobnostnej mierke. Na obrázku 3 sú vykreslené pravdepodobnosti prekročenia maximálnych ročných prietokov podľa LP III rozdelenia pravdepodobnosti v stanici Hanušovce nad Topľou.

#### Odhad $N$ -ročných maximálnych prietokov pomocou metódy POT

Následne bol analyzovaný vplyv rôznych postupov a obmedzení pri odhade  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódou POT.

#### Výber prahovej hodnoty $Q_{pot}$

Pri metóde POT na zabezpečenie nezávislosti prietokových vln boli použité tri automatické podmieňujúce filtre. Následne sme ako prahovú hodnotu pre metódu POT zvolili: a) 0,8 percentil a b) 0,93 percentil dlhodobého priemerného denného prietoku. Na základe vyfiltrovaných prietokov boli vybrané povodňové vlny, ktoré mohli byť zaradené do súboru potrebného k štatistickému spracovaniu. Súbor, pri hladine  $Q_{POT0,8} = 0,8$  percentil  $\bar{Q}_d$  (obr. 4a) obsahoval 309 vln ( $10 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , v priemere 3,6 vrcholov za rok) a pri hladine  $Q_{POT0,93} = 0,93$  percentil  $\bar{Q}_d$  (obr. 4b) obsahoval 237 vln ( $20 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  v priemere 2,8 vrcholov za rok) za dané obdobie 1931 – 2015. Pri výpočtoch sa neukázal významný rozdiel v odhadoch  $N$ -ročných maximálnych prietokov pri binomickom alebo Poissonovom rozdelení pravdepodobnosti počtu vrcholov. Pri prahovej hodnote  $Q_{POT0,8} = 0,8$  percentil  $\bar{Q}_d$  aj pri hladine  $Q_{POT0,93} = 0,93$  percentil  $\bar{Q}_d$  v našom prípade ne-

môžeme na hladine významnosti  $\alpha = 5 \%$  podľa Chi-Squer testu zamietnuť hypotézu, že počty vrcholov majú binomické rozdelenie pravdepodobnosti (tab. 2).

#### Odhad $N$ -ročných prietokov metódou POT z priemerných denných maxim vybraných vln

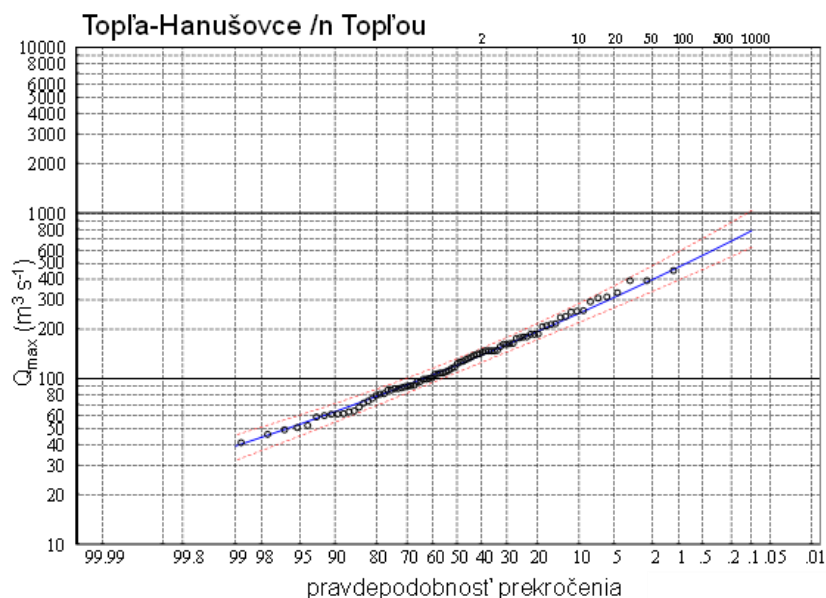
Vzhľadom k tomu, že údaje o kulmináciách (maximálnych) prietokoch boli k dispozícii len pre najvyššie vlny v roku pristúpili sme pri metóde POT k odhadu  $N$ -ročných maximálnych prietokov z maximálnych priemerných denných prietokov. Následne bolo zvolených niekoľko teoretických distribučných funkcií pre modelovanie  $N$ -ročných maximálnych prietokov nad prahovou hodnotou. Pre porovnanie sme zvolili teoretické Weibullovo, Gamma, Exponenciálne, GumbelMax a Pareto2 rozdelenie pravdepodobnosti. Pravdepodobnosť rozdelenia  $N$ -ročných maximálnych prietokov nad prahovou hodnotou najlepšie modelovali kombinácie: Weibull-binomické rozdelenie, Gamma-binomické a Pareto2-binomické rozdelenie pravdepodobnosti. Podľa Kolmogorov-Smirnovho testu dobrej zhody nemôžeme pre ani jedno z vybraných teoretických rozdelení zamietnuť na hladine významnosti  $\alpha = 5 \%$  hypotézu, že tieto, dobre vyhovujú pozorovaným údajom.

Najlepšie odhady  $N$ -ročných maximálnych prietokov podľa zvolených rozdelení pre  $Q_{POT0,8}$  a pre  $Q_{POT0,93}$  s dobou opakovania 2, 5, 10, 50, 100, 200, 500 a 1000 rokov sú vypísané v tabuľke 3.

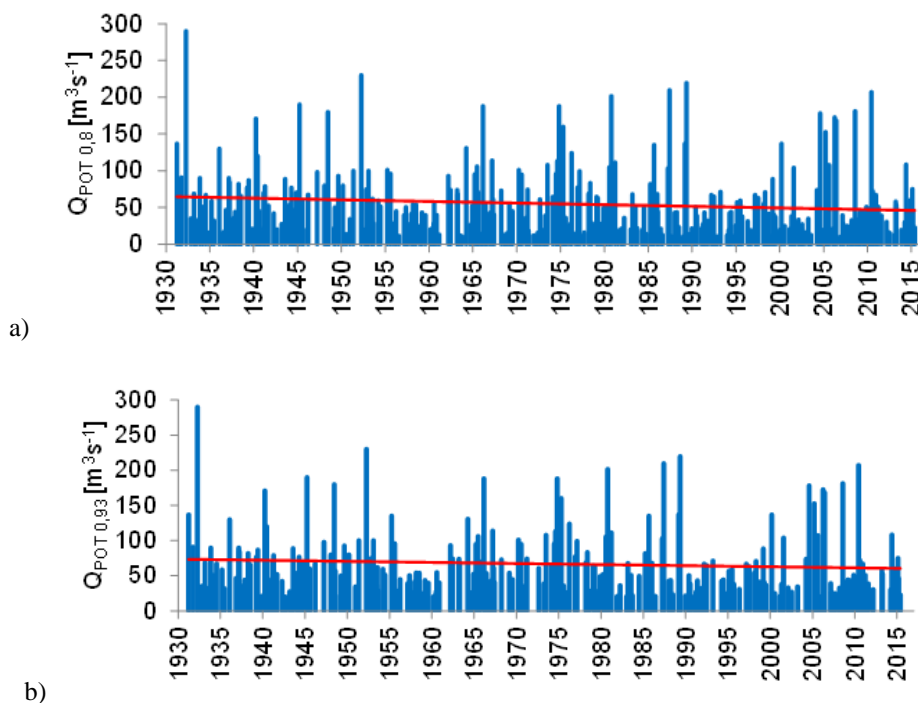
Keďže pri toku akým je Topľa dochádza k rýchlemu a pomerne veľkému nárastu prietokov počas povodní, výsledky ukázali (podľa predpokladu), veľký rozdiel medzi  $N$ -ročnými maximálnymi prietokmi odhadnutými podľa POT metódy z maximálnych priemerných denných prietokov a odhadnutými  $N$ -ročnými prietokmi z maximálnych ročných prietokov (AM). Pri veľkých tokoch (napr. Dunaj) kde dochádza k pomalšej zmene prietokov takýto výrazný rozdiel v odhadoch nemusí nastať (Bačová a kol., 2010).

**Tabuľka 1.**  $N$ -ročné maximálne prietoky  $Q_N [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$  na rieke Topľa: Hanušovce nad Topľou pre obdobie 1931 – 2015 odhadnuté z maximálnych ročných prietokov  $Q_{max}$   
**Table 1**  $T$ -year maximum discharges  $Q_N [\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}]$  at Topľa river in Hanušovce nad Topľou (1931–2015) estimated from maximum annual discharges  $Q_{max}$

$N$ [roky]	2	5	10	50	100	200	500	1000
$P$ [%]	39	18	9,5	2	1	0,5	0,2	0,1
Log-Pearson III								
$Q_N$ [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	139	193	249	398	<b>473</b>	556	679	<b>783</b>
$P_{value}$ K-S	0,999							
Log-normal								
$Q_N$ [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	146	199	252	380	<b>439</b>	502	589	<b>659</b>
$P_{value}$ K-S	0,987							
Gamma								
$Q_N$ [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	148	204	255	360	<b>404</b>	446	506	<b>541</b>
$P_{value}$ K-S	0,744							



Obr. 3 Pravdepodobnosť prekročenia maximálnych ročných prietokov na rieke Topľa: Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015) podľa LP III rozdelenia pravdepodobnosti.  
Fig. 3 Exceedance probabilities of the annual peak discharges of the Topľa River: Hanušovce n. Topľou (1931 – 2015) according LP III distribution.



Obr. 4 Vybrané povodňové vlny pre odhad N-ročných maximálnych prietokov metódou POT na rieke Topľa: Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015) a) pri hladine  $Q_{POT0.8}$  a b) pri hladine  $Q_{POT0.93}$ .  
Fig. 4 Selected floods for T-year maximum discharges estimation by POT method of the Topľa River: Hanušovce n. Topľou (1931–2015) a) threshold  $Q_{POT0.8}$  and b) threshold  $Q_{POT0.93}$ .



*Odhad  $N$ -ročných prietokov metódou POT*

*z prepočítaných prietokov na základe regresného vzťahu medzi maximálnymi (kulminačnými) ročnými prietokmi a maximálnymi priemernými dennými prietokmi*

Vzhľadom na skutočnosť, že sme mali k dispozícii len ročné vrcholové prietoky vln a výsledky dosiahnuté pri metóde POT z maximálnych priemerných denných prietokov boli pomerne nízke, pristúpili sme k prepočtu od-

hadnutých  $N$ -ročných prietokov. Prepočet bol realizovaný pomocou koeficientov, určených z regresných vzťahov: priemerný denný prietok – vrcholový prietok na základe lineárnej a polynomickej závislosti (obr. 5a-b). Výsledné prepočítané hodnoty  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódou POT sú uvedené v tabuľke 4. Porovnania odhadnutých maximálnych prietokov s dobou opakovania 100 a 1000 rokov podľa zvolených postupov sú vykreslené na obr. 6.

**Tabuľka 2.** Zvolené prahové hodnoty  $Q_{POT}$ , počet vrcholov, priemerný počet vrcholov v roku a hodnota  $p_{value}$  Chi-squer testu pre Topľu: Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015)

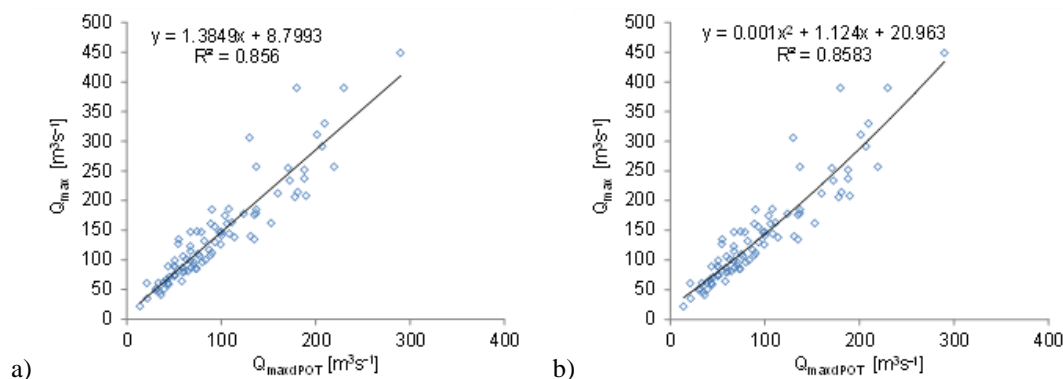
**Table 2.** Selected  $Q_{POT}$  thresholds, number of peaks, average number of peaks per year, and  $p_{value}$  of the Chi-squer test for Topľa: Hanušovce nad Topľou (1931–2015)

	$Q_{POT} [m^3 s^{-1}]$	Počet vrcholov v	v/rok	Chi-squer $p_{value}$
$Q_{POT0,8}$	10	309	3,6	0,77
$Q_{POT0,93}$	20	237	2,8	0,89

**Tabuľka 3.** Odhady  $N$ -ročných maximálnych prietokov podľa zvolených prahov a rozdelení na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou z priemerných denných maximálnych prietokov  $Q_{maxdPOT}$  (1931 – 2015)

**Table 3.** Estimated  $T$ -year maximum discharges according to selected distributions and thresholds from mean daily maximum discharges  $Q_{maxdPOT}$  at Topľa river in Hanušovce nad Topľou (1931–2015)

$N$ [roky]	2	5	10	50	100	200	500	1000
$P$ [%]	39	18	9,5	2	1	0,5	0,2	0,1
Weibul-binomické								
$Q_{NdPOT0,8} [m^3 \cdot s^{-1}]$	86	145	185	278	<b>313</b>	356	410	<b>449</b>
$Q_{NdPOT0,93} [m^3 \cdot s^{-1}]$	87	146	186	275	<b>309</b>	350	402	<b>433</b>
Gamma-binomické								
$Q_{NdPOT0,8} [m^3 \cdot s^{-1}]$	84	136	171	248	<b>280</b>	307	350	<b>381</b>
$Q_{NdPOT0,93} [m^3 \cdot s^{-1}]$	86	137	171	246	<b>278</b>	308	349	<b>378</b>
Pareto2-binomické								
$Q_{NdPOT0,8} [m^3 \cdot s^{-1}]$	84	136	171	252	<b>288</b>	320	370	<b>405</b>
$Q_{NdPOT0,93} [m^3 \cdot s^{-1}]$	84	137	172	251	<b>278</b>	308	361	<b>394</b>



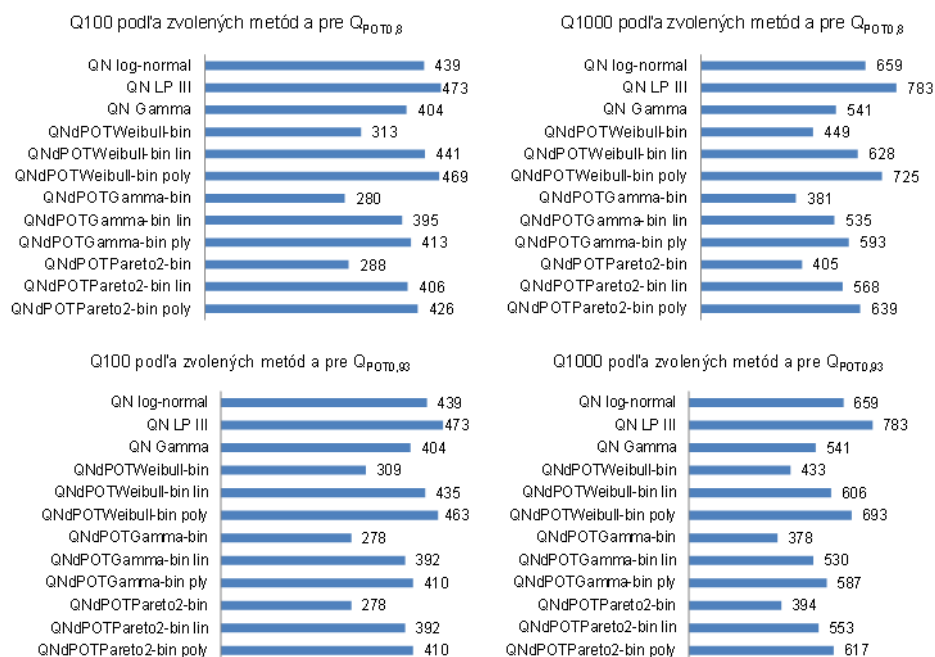
**Obr. 5** Regresný vzťah medzi ročnými maximálnymi prietokom  $Q_{max}$  a ročnými priemernými dennými maximálnymi prietokmi  $Q_{maxdPOT}$  rieky Topľa: Hanušovce n. Topľou (1931 – 2015) (ľavý – lineárna závislosť a pravý – polynomická závislosť).

**Fig. 5** Regression between annual peak discharges  $Q_{max}$  and annual mean daily maximum discharges  $Q_{maxdPOT}$  on the the Topľa River: Hanušovce nad Topľou (1931–2015) (left – liner dependence and right – polynomial dependence).



**Tabuľka 4.** Prepočítané odhadnuté  $N$ -ročné maximálne prietoky podľa zvoleného postupu metódy POT na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015)  
**Table 4.** Recalculated estimated  $T$ -year maximum discharges according to selected procedure of the POT method at Topľa River: in Hanušovce nad Topľou (1931–2015)

$N$ [roky]	2	5	10	50	100	200	500	1000
$P$ [%]	39	18	9,5	2	1	0,5	0,2	0,1
Weibul-binomické								
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	127	209	264	392	<b>441</b>	500	575	<b>628</b>
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	125	204	262	410	<b>469</b>	546	648	<b>725</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	129	210	265	388	<b>435</b>	492	564	<b>606</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	126	206	264	405	<b>463</b>	535	633	<b>693</b>
Gamma-binomické								
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	125	196	245	351	<b>395</b>	432	492	<b>535</b>
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	122	192	242	360	<b>413</b>	459	535	<b>593</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	127	198	245	348	<b>392</b>	434	490	<b>530</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	125	193	242	357	<b>410</b>	461	534	<b>587</b>
Pareto2-binomické								
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	125	196	245	357	<b>406</b>	450	519	<b>568</b>
$Q_{Npot0,8}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	122	192	242	367	<b>426</b>	482	572	<b>639</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] linear	125	198	246	355	<b>392</b>	434	507	<b>553</b>
$Q_{Npot0,93}$ [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ] polynom	122	193	243	365	<b>410</b>	461	556	<b>617</b>



**Obr. 6** Odhadnuté  $N$ -ročné maximálne prietoky s dobou opakovania 100 a 1000 rokov podľa zvolených metód na rieke Topľa v stanici Hanušovce nad Topľou (1931 – 2015).

**Fig. 6** Estimated  $T$ -year maximum discharges with return period of 100 and 1000 years according to selected methods on Topľa River at Hanušovce nad Topľou (1931–2015).

## Záver

Príspevok sa zaoberá porovnaním dvoch najčastejšie používaných metód pri odhade  $N$ -ročných maximálnych prietokov. Vstupné údaje tvoril súbor priemerných den-

ných prietokov a súbor maximálnych (kulminačných) ročných prietokov  $Q_{max}$  na rieke Topľa za obdobie 1931 – 2015.

V prvej časti príspevku sme použili na odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódu AM-annual maximum.

Pri tomto prístupe empirická pravdepodobnosť prekrôčenia maximálnych ročných prietokov bola porovnaná so zvoleným Log-Pearsonovým teoretickým rozdelením pravdepodobnosti III. typu. Následne boli odhadnuté maximálne  $N$ -ročné prietoky porovnané s dvoma ďalšími teoretickými typmi rozdelenia používanými v SR: Log-normálnym a Gamma rozdelením pravdepodobnosti. Výsledky ukázali:

- LP III rozdelenie pravdepodobnosti je vhodné pre odhad  $N$ -ročných hodnôt prietokov pre jeho vysokú koncovú citlivosť v oblasti vyšších hodnôt dôb opakovania ( $N > 50$ , rokov);
- najnižšie odhady hodnôt  $N$ -ročných maximálnych prietokov v oblasti vyšších hodnôt dôb opakovania ( $N > 50$ , rokov) dosiahlo Gamma teoretické rozdelenie pravdepodobnosti;
- porovnanie s ďalšími zvolenými teoretickými rozdeleniami pravdepodobnosti ukázalo rozdiely napríklad pri  $Q_{100LP/III-Gamma}$  cca 14 %.

V druhej časti príspevku bola na odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov ako alternatíva k AM metóde použitá metóda POT. Táto metóda predpokladá voľbu prahovej hodnoty tak, aby bol počet prvkov štatistického súboru  $n > N$ , kde  $N$  je počet rokov pozorovania. Definovanie prahovej hodnoty  $Q_{POT}$  je jednou z hlavných nevýhod tejto metódy pretože ide o viac-menej subjektívny proces. Ďalším možným obmedzením využitia POT metódy môže byť náročnosť na vstupné údaje, keďže do štatistického radu na odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov by mali byť zaradené vrcholové prietoky vybraných vln, ktoré nemusia byť pre staršie rady k dispozícii. V neposlednom rade má vplyv na hodnotu odhadnutých  $N$ -ročných maximálnych prietokov výber vhodného teoretického rozdelenia pravdepodobnosti. V našej analýze boli vybrané Weibullovo, Gamma a Pareto2 teoretické rozdelenia pravdepodobnosti na simuláciu  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódou POT.

Z ohľadom na spomenuté obmedzenia sme sa zamerali na analyzovanie ich vplyvu pri odhade  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódou POT. Výsledky ukázali:

- Prahovú hodnotu  $Q_{POT}$  sme v analýze zvolili na úrovni a) 0,8 percentilu a b) 0,93 percentilu dlhodobého priemerného denného prietoku. Vybrané vlny spĺňali podmienku nezávislosti a priemerný počet vln za rok bol 3,6 resp. 2,8 a mali binomické rozdelenie pravdepodobnosti. Odhadnuté  $N$ -ročné maximálne prietoky pre nami zvolené prahové hodnoty a zvolené rozdelenie pravdepodobnosti neukázali výrazné rozdiely.
- Pri toku akým je Topľa dochádza k rýchlemu a pomerne veľkému nárastu prietokov počas povodní. Priemerný rozdiel medzi maximálnymi priemernými dennými prietokmi a známymi maximálnymi (kulmináčnymi) ročnými prietokmi (AM) vybraných vln dosahoval  $46 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Maximálny rozdiel bol napr.  $210 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  v roku 1948, kedy  $\bar{Q}_d = 180 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  a  $Q_{max} = 390 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Výsledky ukázali (podľa predpokladu), veľký rozdiel medzi  $N$ -ročnými maximálnymi prietokmi odhadnutými podľa POT metódy

z maximálnych priemerných denných prietokov a ročných maxim.

- Následne bol odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov metódou POT prepočítaný podľa regresného vzťahu medzi známymi kulmináčnymi prietokmi a priemernými dennými maximálnymi prietokmi (a) lineárny a b) polynomický vzťah). Výsledky ukázali, že odhady  $N$ -ročných maximálnych prietokov, najmä pri dobách opakovania  $N > 50$  dosahujú hodnoty porovnateľné s odhadmi z ročných maxim.

Pri interpretácii výsledkov je treba mať na pamäti, že hodnoty  $N$ -ročných maximálnych prietokov súvisia s dĺžkou analyzovaného radu a preto odhadnuté hodnoty s veľmi vysokými hodnotami doby opakovania sú extrapolované hodnoty, a že každá štatistická metóda je zaťažená určitou neistotou, ktorá môže byť zapríčinená samotnou metódou ale aj samotnými údajmi, ktoré môžu byť zaťažené určitou chybou merania.

## Podakovanie

*Táto práca bola podporovaná projektom VEGA 2/0004/19 a realizáciou projektu ITMS 26240120004 Centrum excelentnosti integrovanej protipovodňovej ochrany územia, na základe podpory operačného programu Výskum a vývoj financovaného z Európskeho fondu regionálneho rozvoja.*

## Literatúra

- Bača, P., Bačová Mitková, V. (2007): Analysis of seasonal extreme flows using Peaks over threshold method. In Journal of Hydrology and Hydromechanics, 2007, vol. 55, no. 1, 16–22. ISSN 0042-790X.
- Báčová Mitková, V., Onderka, M. (2010): Analysis of extreme hydrological events on the Danube using the peak over threshold method. Journal of Hydrol. and Hydromechanics, 58(2), 88–101. doi:10.2478/v10098-010-0009-x.
- Báčová Mitková, V., Pekárová P., Halmová, D., Pramuk B., Mikánek P. (2016): Odhad  $N$ -ročných maximálnych prietokov pozdĺž rieky Dunaj. Acta Hydrologica Slovaca, Ročník 17, č. 1, 2016, 78 – 88.
- Bayliss, A. C. (1999): Deriving flood peak data. Flood estimation Handbook. Vol.3, 273–283.
- Begueria, S. (2005): Uncertainties in partial duration series modeling of extremes related to the choice of the threshold value. Journal of Hydrology, vol. 303 (1–4), 215–230.
- Bezák, N., Brilly, M., Šraj, M. (2014): Comparison between the peaks over-threshold method and the annual maximum method for flood frequency analysis, Hydrological Sciences Journal, 59:5, 959–977, DOI: 10.1080/02626667.2013.831174
- Bhunya, P.K., et al., (2012): Flood analysis using generalized logistic models in partial duration series. Journal of Hydrology, 420–421, 59–71. doi:10.1016/j.jhydrol.2011.11.037.
- Cunnane, C. (1979): A note on Poisson assumption in partial duration series model. Water Resour. Res., 15 (2), 489–494.
- Gurua, N., Ramakar, J. (2015): Flood Frequency Analysis of Tel Basin of Mahanadi River System, India Using Annual

- Maximum and POT Flood Data. Aquatic Procedia, Vol. 4, 2015, 427–434. doi.org/10.1016/j.aqpro.2015.02.057
- Hosking, J.R.M., Wallis, J.R. (1997): Regional Frequency Analysis. Cambridge University Press, Cambridge.
- Chow, V. T., Maidment, D. R., Mays L. W. (1988): Applied hydrology. McGraw-Hill, New York, NY.
- Kjeldsen, T.R., Lundorf, A., Rosbjerg, D. (2000): Use of a two component exponential distribution in partial duration modelling of hydrological droughts in Zimbabwean rivers. Hydrological Sciences Journal, 45 (2), 285–298. doi:10.1080/02626660009492325.
- Kjeldsen, T.R., Macdonald, N., Lang, M., et al. (2014): Documentary evidence of past floods in Europe and their utility in flood frequency estimation. Journal of Hydrology 517 (2014), 963–973. dx.doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.06.038
- Langbein, W.B. (1949): Annual floods and the partial-duration floodseries. Transactions, American Geophysical Union, 30 (6), 879–881. doi:10.1029/TR030i006p00879.
- Leščeš, I., Dolinaj, D. (2019): Regional Flood Frequency Analysis of the Pannonian Basin. Water 11(2):193. DOI: 10.3390/w11020193
- Li, D., Guo, S., Yin, J. (2016): Big data analysis based on POT method for design flood prediction. 2016 IEEE International Conf. on Big Data Analysis (ICBDA), Hangzhou, 2016, 1–5. doi: 10.1109/ICBDA.2016. 7509800
- Madsen, H., et al. (1993): Application of the partial duration series approach in the analysis of extreme rainfalls. In: Z.W. Kundzewicz, et al., eds. Extreme hydrological events: precipitation, floods and droughts. Wallingford: IAHS Press, IAHS Publ. 213, 257–366.
- MŽP (2003): Kvantita povrchových a podzemných vôd. Hydrologické údaje povrchových vôd. Kvantifikácia povodňového režimu. Časť 1: Stanovenie N-ročných prietokov a N-ročných prietokových vln na väčších tokoch. Odvetvová technická norma OTN ŽP 3112–1:03, MŽP SR, Bratislava, 31.
- Önöz, B., Bayazit, M. (2001): Effect of the occurrence process of the peaks over threshold on the flood estimation, J. Hydrol., 244, 86–96. doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00330-4
- Pekárová, P., Bačová Mitková, V., Pekár, J., Miklánek, P., Halmová, D., Liová, S. (2019): Historické povodne na území Slovenska a ich význam v hydrológii. Bratislava : Veda, vydavateľstvo Slovenskej akadémie vied, 2018. 135. ISBN 978 -80-224-1684-9.
- Rao, A. R., Hamed, K. H. (2000): Flood frequency analysis. CRC Press LLC, N. W. Corporate Blvd., Boca Raton, Florida.
- Silva, A.T., Portela, M.M., Naghettini, M. (2014): On peaks-over-threshold modeling of floods with zero-inflated Poisson arrivals under stationarity and nonstationarity Stoch Environ Res Risk Assess Vol. 28: 1587. 1587–1599. https://doi.org/10.1007/s00477-013-0813-z
- Silva, A.T., Portela, M.M., and Naghettini, M. (2012): Nonstationarities in the occurrence rates of flood events in Portuguese watersheds. Hydrology and Earth System Sciences, 16 (1), 241–254. doi:10.5194/hess-16-241-2012.
- Szolgay, J., Kohnová, S., Hlavčová, K. (2003): Ilustrácia neistoty určovania N-ročných maximálnych prietokov Dunaja v Bratislave. Konferencia s medzinárodnou účasťou „Ochrana pred povodňami a bezpečnosť vodných stavieb.“ Bratislava, 7 – 12.
- Szolgay, J., Dzubák, M., Hlavčová, K. (1994): Hydrológia. Odtokový proces a hydrológia povrchových vôd. Slovenská technická univerzita v Bratislave.
- Todorovič, P. (1970): On some problems involving random number of random variables. Ann. Math. Statistics, Vol. 41 (No. 3), 1059–1063.

## THE PEAK OVER THRESHOLD METHOD AND ITS UNCERTAINTY IN DETERMINING OF T-YEAR MAXIMUM DISCHARGES: CASE STUDY AT THE TOPLA RIVER

The paper presents comparison of the two most commonly used methods in estimating  $T$ -year maximum discharges. A set of mean daily discharges and a set of maximum (peak) annual discharges on the Topľa River for the period 1931–2015 were used as input data.

In the first part of the paper, the AM-annual maximum method to estimate  $T$ -year maximum discharges was used. In this approach, selected Log-Pearson theoretical probability distribution type III. was used. Subsequently, estimated  $T$ -year maximum discharges were compared with other two theoretical distribution types used in Slovakia: Log-normal and Gamma probability distribution. The results showed:

- LP III probability distribution is appropriate for estimating  $T$ -year maximum discharge values for its high end-sensitivity in the area of higher return periods ( $T > 50$  years);
- comparison with other selected theoretical probability distributions showed differences, for example at  $Q_{100LPIII-Gamma}$ , about 14%;

- the lowest estimated values of  $T$ -year maximum discharges in the area of higher return periods ( $T > 50$  years) achieved Gamma theoretical probability distribution.

In the second part of the paper, alternative POT method to estimate  $T$ -year maximum discharges was used. This method assumes the choice of the threshold so that the number of elements of the statistical set  $n > N$ , where  $N$  is the number of observation years. Defining threshold  $Q_{POT}$  is one of the main disadvantages of this method because it is a more or less subjective process. Another potential limitation of using POT method may be input data. The statistical series to estimate the  $T$ - maximum discharges should be included peak discharges of selected waves. Such values may not be available for older data series. Last but not least, the suitable choice of the theoretical probability distribution affects on the estimation of the  $T$ -year maximum discharge. In our analysis we selected Weibull, Gamma and Pareto2

theoretical probability distributions to simulate  $T$ -year maximum discharges using the POT method. From the view of the mentioned limitations, we focused on analysing their impact in the estimation of  $T$ -year maximum discharges by method POT.

The results showed:

- The  $Q_{POT}$  threshold at levels of a) 0.8 percentile and b) 0.93 percentile of the long-term average daily discharge were selected. The selected waves satisfy condition of the independence and the average number of waves per year was 3.6 and 2.8. The number of peaks had a binomial probability distribution. Estimated  $T$ -year maximum discharges did not show significant differences for the selected thresholds or selected probability distributions.
- At a relatively a small rivers like Topľa there is a fast and relatively large increasing of the discharge during the flood. The mean difference between the maximum daily discharges and the known peak discharges (AM) of selected waves was  $46 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . The maximum difference was e.g.  $210 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  in 1948 when

$\bar{Q}_d=180 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  and  $Q_{max}=390 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . The results showed (as we assumed) a large differences between the  $T$ -year maximum discharges estimated according to the POT method from the maximum daily discharges and the AM method.

- Subsequently, the estimated  $T$ -year maximum discharges by the POT method was recalculated according to the regression relationship between known peaks and daily maximum discharges (a) linear and b) polynomial relationships. The results showed that estimated  $T$ -year maximum discharges, especially with return period of  $T>50$ , are comparable to the AM method.

In interpreting the results, it should be kept in mind that  $T$ -year maximum discharges related to the length of the analysed data set, and therefore estimated values with very high return periods are extrapolated values. An each statistical method includes some uncertainty that may be caused by the method but also the data may be affected by certain measurement error.